

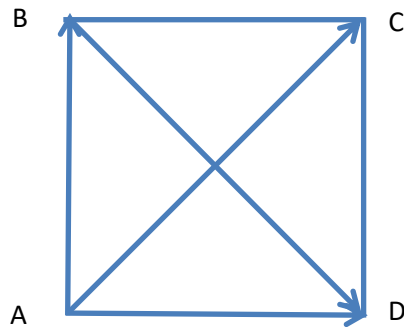
Mat-5173

Démonstrations

Représentation géométrique en contexte fondamental II



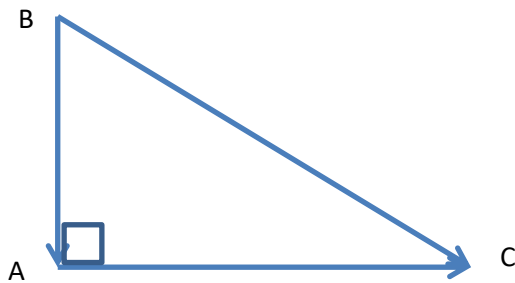
Formation générale des adultes

1) Démontrez que les diagonales d'un carré sont perpendiculaires.

Hypothèses :

- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ Les côtés d'un carré sont perpendiculaires.
- $\|\overrightarrow{BA}\| = \|\overrightarrow{DC}\| = \|\overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{AD}\|$ Les côtés d'un carré sont isométriques.

Il faut démontrer que $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

2) Démontrez le théorème de Pythagore.

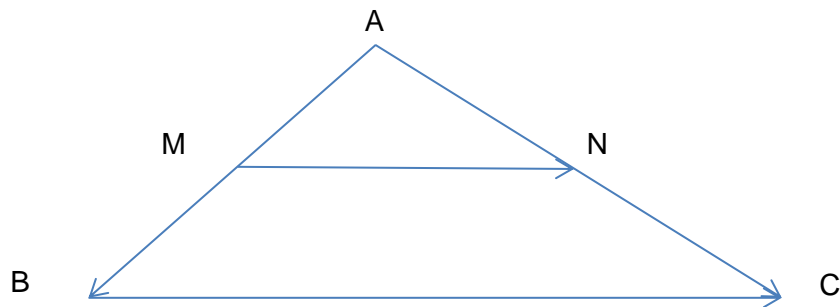
Hypothèse :

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \quad \text{Les côtés d'un angle droit sont perpendiculaires.}$$

Il faut démontrer que $\|\overrightarrow{BC}\|^2 = \|\overrightarrow{BA}\|^2 + \|\overrightarrow{AC}\|^2$.

- 3) Soit ABC, un triangle quelconque, et M et N, les points milieux respectifs des côtés AB et AC de ce triangle.

Démontrez que la mesure du segment MN est égale à la moitié de celle du côté BC.



Hypothèses :

- $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ car M est le milieu du segment AB.
- $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ car N est le milieu du segment AC.

Il faut démontrer que $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

4) Soit :

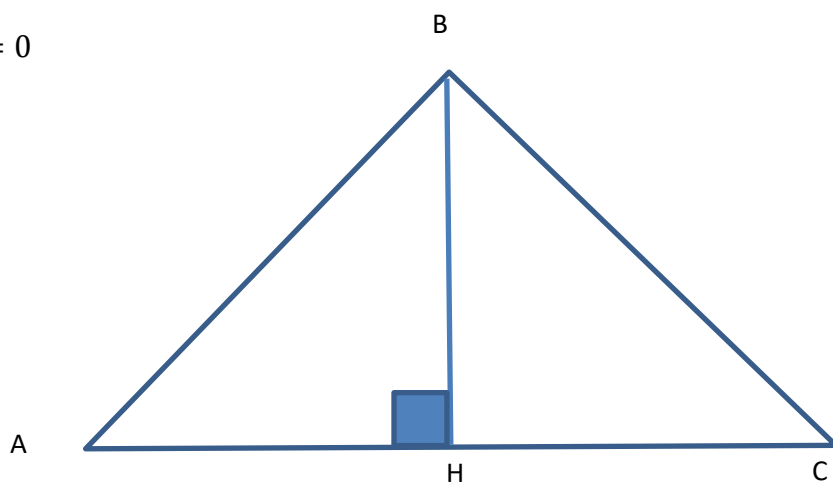
Hypothèses :

- ABC , un triangle ;
- $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{HC}$
- $\|\overrightarrow{AH}\| = \|\overrightarrow{HC}\|$
- $\|\overrightarrow{BH}\| = \|\overrightarrow{HC}\|$
- $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BH} = 0$

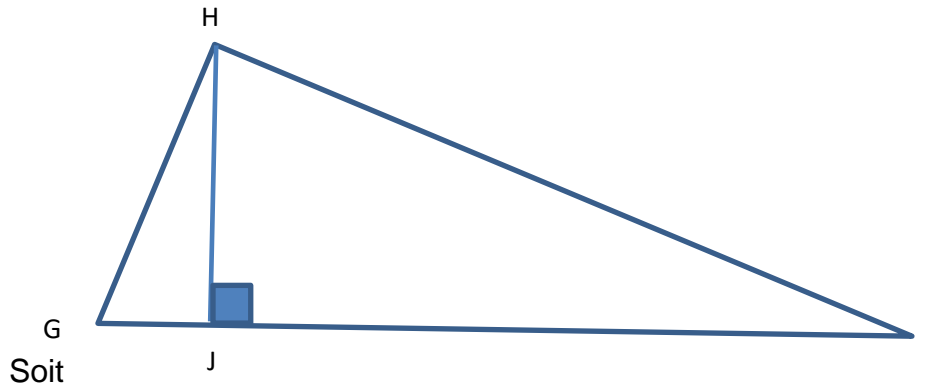
Démontrez que le triangle ABC est un triangle rectangle.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Il faut démontrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$



- 5) Soit le triangle GHI illustré ci-dessous. Le segment HJ est une hauteur du triangle GHI.



Hypothèses :

$$m\overline{IJ} = 4 m\overline{JG}$$

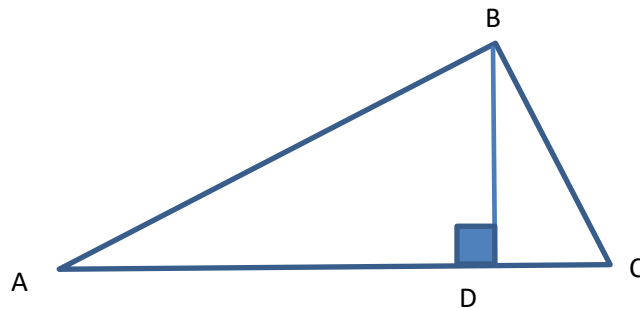
$$m\overline{HJ} = 2 m\overline{JG}$$

Montrez à l'aide des propriétés des vecteurs que, $\overline{HG} \perp \overline{HI}$.

Il faut démontrer que $\overrightarrow{HG} \cdot \overrightarrow{HI} = 0$.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

- 6) Soit le triangle ABC illustré ci-dessous. Le segment BD est une hauteur du triangle ABC.



Soit

Hypothèses :

$$m\overline{BD} = 1,5 m\overline{DC}$$

$$m\overline{AD} = 2,25 m\overline{DC}$$

Montrez à l'aide des propriétés des vecteurs que, $\overline{BA} \perp \overline{BC}$.

Il faut démontrer que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

7) Soit :

Optionnelle**Très difficile**

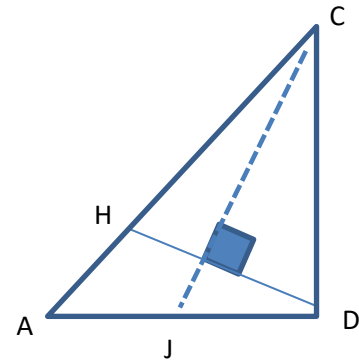
- ACD, un triangle isocèle, rectangle en D.
- J, un point situé aux deux cinquièmes ($2/5$) du segment AD en partant de A ;
- H, un point situé aux trois huitièmes ($3/8$) du segment AC en partant de A.

Démontrez que les segments DH et CJ sont perpendiculaires.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

- $\overrightarrow{DJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{DA}$
- $\overrightarrow{AH} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AH}$ par Chasles
- $\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DJ}$ par Chasles

Il faut démontrer que $\overrightarrow{DH} \cdot \overrightarrow{CJ} = 0$



8) Soit :

Optionnelle**Très difficile**

- DEFG, un carré ;
- J, un point situé aux cinq septièmes ($5/7$) du segment DG en partant de D ;
- N, un point situé aux deux neuvièmes ($2/9$) du segment DF en partant de D.

Démontrez que les segments GN et FJ sont perpendiculaires.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

- $\overrightarrow{DN} = \frac{2}{9}\overrightarrow{DF}$
- $\overrightarrow{GJ} = \frac{2}{7}\overrightarrow{GD}$
- $\overrightarrow{FJ} = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GJ}$ par Chasles
- $\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DN}$ par Chasles

Il faut démontrer que $\overrightarrow{GN} \cdot \overrightarrow{FJ} = 0$

