

Équations et inéquations du 1^{er} degré à 1 variable

1. Rappel sur l'algèbre

- o Vocabulaire : Ex : $5x + 8$
 - $5x$: terme variable
 - 8 : terme constant
- polynômes $\begin{cases} 3x ; & 1 \text{ terme} \rightarrow \text{monôme} \\ 2x + 3 ; & 2 \text{ termes} \rightarrow \text{binôme} \\ 2x^2 + 3x + 4 ; & 3 \text{ termes} \rightarrow \text{trinôme} \\ \dots & \dots \end{cases}$
- o $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$ o $(x^a)^b = x^{a \cdot b}$ o $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}; (x \neq 0)$
- o $0x = 0$: infinité de solutions o $0x = 5$: aucune solution
- o Inéquation :
 - $-2x \geq 10$
 - $x \leq \frac{10}{-2}$ (quand on \div ou \times par un négatif, on inverse l'opérateur)
 - $x \leq -5$

2. Division d'un polynôme par un binôme

o Exemple :

$3x^2 + 7x + 1$	$ x + 2$	
$3x^2 + 6x$	$3x + 1$	
$-x + 1$		
$x + 2$		
-1		

Réponse : $3x + 1 - \frac{1}{x+2}$

Factoriser un polynôme

1. Simple mise en évidence

o Ex : $4x^2 + 8x + 6$
 $= 2(2x^2 + 4x + 3)$

2. Double mise en évidence

o Ex : $-5xy + x - 20y + 4$
 $= x(-5y + 1) + 4(-5y + 1)$
 $= (-5y + 1)(x + 4)$

3. Trinôme carrés parfaits (A et C sont des carrés)

o $Ax^2 + Bx + C$ $= (ax + c)(ax + c)$ $= (ax + c)^2$	$A = a^2$ $B = 2ac$ pour $B > 0$ $C = c^2$
• Ex : $25x^2 + 30x + 9$ $= (5x + 3)(5x + 3)$ $= (5x + 3)^2$	$A = 25$ $a = 5$ $B = 30$ donc $B > 0$ $B = 2 \cdot 5 \cdot 3$ $C = 9$ $c = 3$
o $Ax^2 + Bx + C$ $= (ax - c)(ax - c)$ $= (ax - c)^2$	$A = a^2$ $B = -2ac$ pour $B < 0$ $C = c^2$
• Ex : $25x^2 - 30x + 9$ $= (5x - 3)(5x - 3)$ $= (5x - 3)^2$	$A = 25$ $a = 5$ $B = -30$ donc $B < 0$ $B = -2 \cdot 5 \cdot 3$ $C = 9$ $c = 3$

4. Différence de carrés

o $Ax^2 - C$ $= (ax + c)(ax - c)$	$A = a^2$ $C = c^2$
• Ex : $25x^2 - 9$ $= (5x + 3)(5x - 3)$	$A = 25$ $a = 5$ $C = 9$ $c = 3$

5. Décomposition d'un trinôme (technique produit_somme)

Ne se factorise pas si : $b^2 - 4ac < 0$

- o $ax^2 + bx + c$
- Ex : $3x^2 + 8x + 4$
 $= 3x^2 + 6x + 2x + 4$
 $= 3x(x + 2) + 2(x + 2)$
 $= (x + 2)(3x + 2)$

$P = a \cdot c$
 $S = b$
 2 Nombres : à trouver

$P = 3 \cdot 4 = 12$
 $S = 8$
 Nombres : 2 et 6

6. Complétion de carré

Ne se factorise pas si : $b^2 - 4ac < 0$

- ❶ : Construire un trinôme carré parfait avec les 2 premiers termes.
- ❷ : Exécuter une *différence de carrés*

- o $ax^2 + bx + c$
- ❶ $= a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$
- ❷ $= a(x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 - (\frac{b}{2a})^2 + \frac{c}{a})$
- o Ex : $2x^2 + 13x + 15$
- ❶ $= 2(x^2 + \frac{13}{2}x + \frac{15}{2})$
- ❷ $= 2(x^2 + \frac{13}{2}x + (\frac{13}{2 \cdot 2})^2 - (\frac{13}{2 \cdot 2})^2 + \frac{15}{2})$
 $= 2(x^2 + \frac{13}{2}x + \frac{169}{16} - \frac{169}{16} + \frac{15}{2})$
 $= 2((x + \frac{13}{4})^2 - \frac{49}{16})$
 $= 2(x + \frac{13}{4} + \frac{7}{4})(x + \frac{13}{4} - \frac{7}{4})$
 $= 2(x + 5)(x + \frac{3}{2})$

7. Factorisation de trinômes avec la quadratique (racines)

- o **Formule quadratique :**
- $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- o **Factorisation**
- $ax^2 + bx + c$
 $= a(x - x_1)(x - x_2)$

Discriminant :

- $b^2 - 4ac < 0$: 0 racine
- $b^2 - 4ac = 0$: 1 racine double
- $b^2 - 4ac > 0$: 2 racines distinctes

- o Ex : $2x^2 + 3x - 1$
- $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot -1}}{2 \cdot 2}$
- $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$
- $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4}$ $x_2 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}$
- $x_1 \approx -1,78$ $x_2 = 0,28$
- Donc : $2(x + 1,78)(x - 0,28)$

Discriminant :

- $b^2 - 4ac > 0$: 2 racines

8. Résoudre des équations de second degré à une variable

o $ax^2 + bx + c = 0$

9. Simplifier des expressions rationnelles

- o Factoriser numérateurs et dénominateurs
- o Simplifier
- o Donner les restrictions

LES FONCTIONS

1. Mode de représentation :

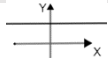
- Problème écrit
- Règle
- Table de valeurs
- Graphique

2. Propriétés des fonctions

- Domaine
- Codomaine (Image)
- Variations : croissance, constance et décroissance
- Les extrémums : minimum et maximum
- Les signes : positive et négative
- Coordonnées à l'origine : ordonnée à l'origine et abscisse(s) à l'origine (zéro(s) de la fonction)

3. Les droites

○ Fonctions constantes : $f(x) = b$



○ Fonctions linéaires : $f(x) = ax$



○ Fonction affine :



- Forme canonique : $f(x) = ax + b$
- Forme générale : $Ax + By + C = 0$
- Forme symétrique : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (a : abscisse à l'origine et b : ordonnée à l'origine)

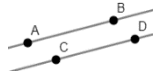
4. Pentés des droites

○ A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2)

$$\text{Pente}_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

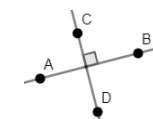
○ Droites parallèles

$$\text{Pente}_{AB} = \text{Pente}_{CD}$$



○ Droites perpendiculaires

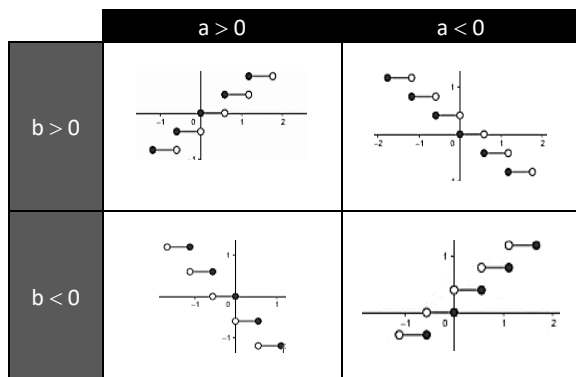
$$\text{Pente}_{AB} \cdot \text{Pente}_{CD} = -1$$



5. Fonction en escalier (Partie entière)

○ $f(x) = a[b(x - h)] + k$

- a : hauteur d'une contremarche
- b : $\frac{1}{b}$ (longueur de la marche)
- h et k : coordonnées d'un point fermé



6. Fonction définie par parties

○ Ex : $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \in]-\infty, -2] \\ 0,5x^2 & \text{si } x \in]-2, +\infty[\end{cases}$

8. Fonction quadratique (Parabole)

Règle sous forme :

Canonique	Générale	Factorisée
$f(x) = a(x - h)^2 + k$	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
Axe de symétrie		
$x = h$	$x = h = \frac{-b}{2a}$	$x = h = \frac{x_1 + x_2}{2}$
Sommet		
(h, k)	$(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$	$(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{-a}{4}(x_1 - x_2)^2)$
Ordonnée à l'origine		
$ah^2 + k$	c	ax_1x_2
Abscisse à l'origine (zéros ou racines)		
$x = h \pm \sqrt{\frac{-k}{a}}$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_1 \text{ et } x_2$

La valeur de a est la même peu importe la forme de la règle de la parabole.

Référence : SOFAD MAT-4271

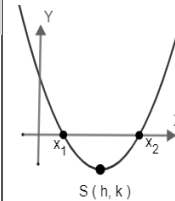
Abscisse à l'origine

(zéros ou racines) :

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$0 = ax^2 + bx + c$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$f(x) = 2(x - 2)(x - 6)$$

x	f(x)		
0	24	-14	+4
1	10	-10	+4
2	0	-6	+4
3	-6	-2	+4
4	-8	+2	+4
5	-6	+6	+4
6	0		

9. Résolution d'un système d'équation (1^{er} degré à 2 variables)

- Table de valeurs
- Graphique
- Méthode de comparaison
- Méthode de substitution
- Méthode d'élimination

10. Résolution d'un système d'équation (second degré à 2 variables)

- Méthode de comparaison
- Formule quadratique

11. Résolution et représentation graphique inéquation

