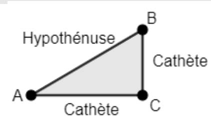
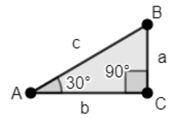
Trigonométrie et relations métriques

1. Rappel sur le triangle

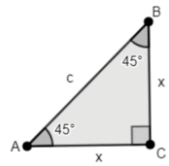
- La somme des angles = 180°



- Dans un triangle ***rectangle***
  - $c^2 = a^2 + b^2$ (Pythagore)
  - $c = 2a$ si l'angle opposé à $a = 30^0$

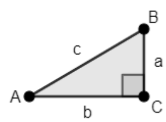


- Dans un triangle ***rectangle isocèle***
  - $c^2 = x^2 + x^2$ (Pythagore)



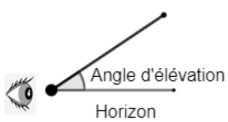
2. Rapports trigonométriques dans un *triangle rectangle*

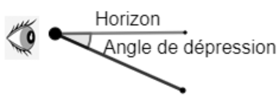
- $\sin\theta = \dfrac{côté\ opposé}{hypoténuse}$
- $\cos\theta = \dfrac{côté\ adjacent}{hypoténuse}$
- $\tan\theta = \dfrac{côté\ opposé}{côté\ adjacent}$



Arrondir au dix-millième près

3. Les angles

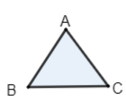




4. Triangles acutangles et obtusangles

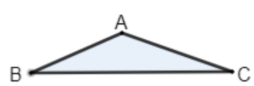
Acutangles

3 ∠ aigus



Obtusangles

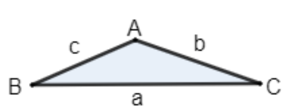
1 ∠ obtus et 2 ∠ aigus



Sin A = sin (180 – A)

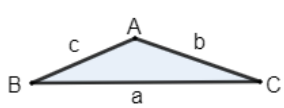
5. Triangles quelconques

- **Loi des sinus**
  - $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$
- **Loi des cosinus**
  - $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$
  - $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$
  - $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$



6. Formules d'aire d'un triangle

- **Formule du Héron** (facultative)
  - $Aire = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
  - $p = \dfrac{périmètre}{2}$

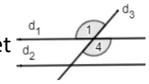


- **À partir d'un angle**
  - $Aire = \dfrac{bc\sin A}{2}$
  - $Aire = \dfrac{ac\sin B}{2}$
  - $Aire = \dfrac{ab\sin C}{2}$
- **Formule de base**
  - $Aire = \dfrac{base \cdot hauteur}{2}$

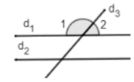
Triangles isométriques, triangles semblables et figures équivalentes

1. Angles formés par 2 droites parallèles et une sécante

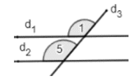
- Angles opposés par le sommet



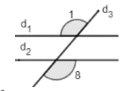
- Angles adjacents supplémentaires (somme de 180°)



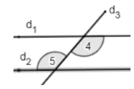
- Angles corresponsdants



- Angles alternes-externes

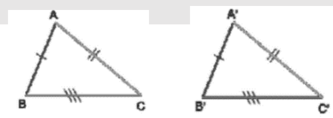


- Angles alternes-internes

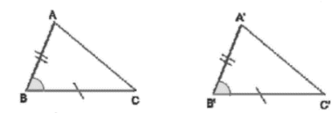


2. Triangles isométrique

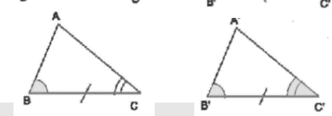
- C – C – C



- C – A – C

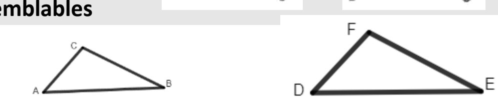


- A – C – A



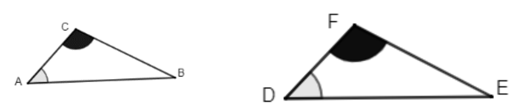
3. Triangles semblables

- P – P – P



- P – A – P

- A – A

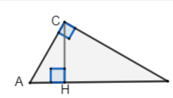


4. Démonstration

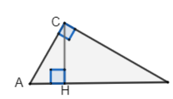
- Hypothèse
- Démonstration
- Conclusion

5. Relations métriques dans un triangles rectangle

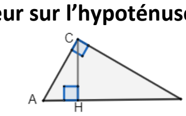
- **Côté-projection-hypoténuse**
  - $(m\ \overline{AC})^2 = m\ \overline{AH} \bullet m\ \overline{AB}$



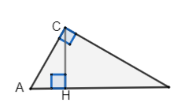
  - $(m\ \overline{BC})^2 = m\ \overline{BH} \bullet m\ \overline{AB}$



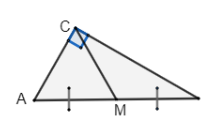
- **Hauteur-segment déterminé par la hauteur sur l'hypoténuse**
  - $(m\ \overline{CH})^2 = m\ \overline{AH} \bullet m\ \overline{BH}$



- **Hauteur-Hypoténuse-Côté de l'angle droit**
  - $m\ \overline{AB} \bullet m\ \overline{CH} = m\ \overline{AC} \bullet m\ \overline{BC}$



- **Milieu de l'hypoténuse**
  - $m\ \overline{CM} = m\ \overline{AM} = m\ \overline{BM}$

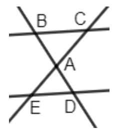


6. Énoncés géométriques liés aux triangles semblables

○ Énoncé 8

- Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.

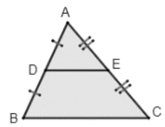
$$\frac{m\ \overline{AB}}{m\overline{AD}} = \frac{m\ \overline{AC}}{m\overline{AE}}$$



○ Énoncé 11

- Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure égale la moitié de celle du 3e côté

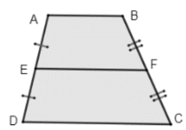
$$\frac{m\ \overline{DE}}{m\overline{BC}} = \frac{1}{2}$$



○ Énoncé 16

- Le segment joignant le milieu des côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases et sa mesure égale la demi-somme des mesures des bases.

$$m\overline{EF} = \frac{m\ \overline{AB} + m\ \overline{CD}}{2}$$



7. Figures équivalentes

○ **Figures** planes équivalentes : **Aire** fig.1 **=** **Aire** fig.2

○ **Solides** équivalents : **Volume** solide 1 **=** **Volume** solide 2

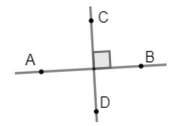
<u>Géométrie analytique</u>

1. Pente d'une droite

- A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2)
  Pente $_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$

- Droites parallèles
  Pente $_{AB}$ = Pente $_{CD}$

- Droites perpendiculaires
  Pente $_{AB}$ • Pente $_{CD}$ = -1



2. Distance entre deux points

- A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2)

$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Démonstrations à pratiquer

Emilie Cholette C.S.S. de la Capitale