

MATHÉMATIQUES

MAT-5170-2

Optimisation en contexte fondamental

PRÉTEST

Durée : 3 heures

QUESTIONNAIRE

Préparé par Roderich Jr Denis
Révisé par Martin Hébert
Novembre 2021
Mat-5170-2

Section A

« Évaluation explicite des connaissances »

Question 1 (4 points)

Vérifier algébriquement si le point P de coordonnées (30,30) et le point Q de coordonnées (45,30) appartiennent au polygone de contraintes défini par les inéquations suivantes.

$$C_1 : x \geq 0$$

$$C_2 : y \geq 0$$

$$C_3 : x \leq 45$$

$$C_4 : y \leq 30$$

$$C_5 : 2x + 3y \leq 180$$

$$C_6 : 2x + 3y \leq 150$$

$$C_7 : 3x + 8y \geq 240$$

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 2 (4 points)

Une compagnie de papier doit remplir un contrat, soit la production d'au moins 75 tonnes de papier brut, 150 tonnes de papier brun et 250 tonnes de papier blanc. La première usine produit 3 tonnes de papier brut, 10 tonnes de papier brun et 30 tonnes de papier blanc par semaine alors que la seconde usine produit 9 tonnes de papier brut, 10 tonnes de papier brun et 10 tonnes de papier blanc durant la même période. Les coûts d'exploitation sont de 10000 \$ pour la première usine et de 7000 \$ pour la seconde.

Après avoir identifié les variables, déterminer, à partir du contexte, les contraintes et la fonction à optimiser qui vont nous permettre de trouver dans combien de semaines on doit faire fonctionner chacune de ces usines pour achever le contrat au coût le plus bas possible.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 3 (4 points)

Déterminer **algébriquement** les coordonnées des sommets **A** (d_1 et d_2), **B** (d_2 et d_3), **C** (d_3 et d_4) et **D** (d_1 et d_4) du polygone des contraintes délimité par les équations des droites suivantes.

$$d_1 : 2x - y \geq 0$$

$$d_2 : 5x + 7y - 190 = 0$$

$$d_3 : 7x - 16y + 121 = 0$$

$$d_4 : 4x + 9y - 330 = 0$$

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 4 (4 points)

Dans le cadre d'un téléthon, un restaurant bien connu de la région a préparé 48 litres de café. Les recettes de la vente du café seront entièrement versées à une œuvre de bienfaisance. Pour l'occasion, les petits cafés de 400 ml seront vendus 1,50 \$ chacun, alors que les formats de 600 ml seront vendus 2,50 \$ l'unité. Les organisateurs du téléthon comptent sur la générosité du public. Pour deux gros cafés ils s'attendent à en vendre au moins trois petits mais, pas plus de cinq.

Dans ces conditions, déterminer, après avoir identifié les variables, les contraintes et la fonction à optimiser qui vont nous permettre de trouver combien cette vente de café rapportera-t-elle, au maximum, à cette œuvre de bienfaisance?

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 5 (4 points)

Dans le plan cartésien, les points de coordonnées A(2, 7), B(3, 2), C(5, 3) et D(7, 5) représentent les sommets d'un polygone de contraintes.

Déterminer les coordonnées du point E appartenant à ce polygone de contraintes situé à l'intersection de la droite d_1 passant par les sommets A et C et la droite d_2 reliant les sommets B et D.

Section B

« Évaluation des compétences »

Situation-problème 1: Le financement d'une activité étudiante

Pour financer une activité, une association étudiante vend des tablettes de chocolat aux amandes et des tablettes de chocolat aux noix. Le nombre maximal de tablettes de chocolat à vendre est de 900.

On doit vendre au plus 350 tablettes de chocolat aux noix et au moins 600 tablettes de chocolat en tout. Les ventes de tablettes de chocolat aux amandes doivent être au plus égales au triple des ventes de celles aux noix.

L'association étudiante paie 1,40 \$ pour chaque tablette de chocolat aux amandes et la revend 2,00 \$ alors qu'elle paie 2,00 \$ pour chaque tablette de chocolat aux noix qu'elle revend 2,50 \$.

Combien de tablettes de chaque saveur l'association étudiante doit-elle vendre pour maximiser ses profits et à combien s'élève le montant de ces profits?

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Situation-problème 2: Un atelier de confection de vêtements d'hiver

Dans un atelier de confection de vêtements, on coud à la main des manteaux d'hiver et des pantalons isolés contre le froid. À chaque semaine le nombre total de manteaux et de pantalons est de 45 ou plus. Il faut quatre heures pour coudre un manteau d'hiver et trois heures pour coudre un pantalon. Le nombre total d'heures de travail par semaine ne peut dépasser 180.

De plus, le nombre de manteaux d'hiver ne peut excéder une fois et demie le nombre de pantalons et le nombre de pantalons doit être inférieur ou égal au double du nombre de manteaux.

Le coût de production d'un manteau d'hiver est égal à 50 \$ et celui d'un pantalon est de 40 \$. Combien de pantalons et de manteaux faut-il produire à chaque semaine pour minimiser les coûts de production et à combien s'élève le montant de ces coûts ?

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Situation-problème 3 : Production d'un album

L'imprimeur d'un album de finissants et finissantes d'une polyvalente demande 0,10 \$ pour l'impression d'une page en noir et blanc, 0,25 \$ pour une page en couleurs et 3,00 \$ pour l'impression de la couverture.

Le comité responsable désire que l'album ne contienne pas moins de 30 pages et pas plus de 60 pages. On désire au moins 10 pages en noir et blanc, 10 pages en couleurs et le double du nombre de pages en noir et blanc augmenté de 5 fois du nombre de pages en couleurs ne peut dépasser 210.

On recherche le nombre de pages en noir et blanc et en couleurs que devra contenir l'album pour minimiser le coût total de production ainsi que le montant total de ce coût.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Situation-problème 4: Une situation d'appartenance à un polygone de contraintes

Un polygone de contraintes est défini par les trois inéquations suivantes.

$$C_1 : x \leq a$$

$$C_2 : y \leq b$$

$$C_3 : bx + ay \geq ab$$

Montrez que, pour toutes les valeurs positives de a et de b , le point P de coordonnées $\left(\frac{2a}{3}, \frac{3b}{4}\right)$ et le point Q de coordonnées $\left(\frac{3a}{4}, \frac{2b}{3}\right)$ appartiennent à ce polygone de contraintes.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.